

**CONTRATO 2024-105 ENTRE LA COMISIÓN DE REGULACIÓN DE ENERGÍA Y GAS (CREG)
Y LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**



**Actualización y revisión de las variables que forman parte del cálculo del costo base de
comercialización y la aplicación del modelo de eficiencia para la propuesta de la
metodología de remuneración de la actividad de comercialización de energía eléctrica a
usuarios regulados del Sistema Interconectado Nacional**

**INFORME DE AVANCE No. 1
Revisión 1**



**Universidad Tecnológica de Pereira
Pereira - Colombia
10 de noviembre de 2024**

RESPONSABLES POR LA ELABORACIÓN

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA¹

MODELO DE AJUSTE DE FRONTERA ESTOCÁSTICA

Harold Salazar Isaza
Jorge Armando Bedoya Cadavid
Jaime Alberto Osuna Aristizábal
Juan Sebastián Arias Hernández

REVISIÓN COMENTARIOS DE CONCEPTOS DE COSTOS Y GASTOS

Adriana María Santa Alvarado
Lina Marcela Marín Romero
Ricardo Alberto Hincapié Isaza
Juan de Jesús Olmos Leguizamón

REVISIÓN GENERAL

Harold Salazar Isaza
Wilson Arenas Valencia
Carlos Julio Zapata Grisales

¹ Descargo de responsabilidades: las opiniones indicadas en este informe son de los autores y no expresan una opinión institucional de la Universidad Tecnológica de Pereira.

ÍNDICE DE MODIFICACIONES

Índice de revisión	Sección modificada	Fecha	Observaciones
Versión original	---	Noviembre 05 de 2024	No aplica
Revisión 1	Capítulos 2 y 3	Noviembre 10 de 2024	Se responden las observaciones formuladas por la Comisión y relacionadas con la primera versión de este informe.

LABORATORIO PARA ESTUDIO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
<https://tecnologias.utp.edu.co/laboratorios/estudios-sistemas-electricos/>

MISIÓN

Prestar servicios de consultoría profesional y de educación no formal en el área de sistemas eléctricos a empresas del sector eléctrico nacional e internacional, entidades regulatorias, de planeamiento y de vigilancia e inspección vinculadas con el sector eléctrico.

VISIÓN

Para el año 2025, el Laboratorio para Estudios de Sistemas Eléctricos de Potencia (ESEP) será un referente en la ejecución de proyectos de educación no formal y consultorías profesionales para empresas, entidades regulatorias y de planeación del sector eléctrico.

SERVICIOS

Forman parte del alcance de las actividades del laboratorio los siguientes servicios de consultoría profesional y de educación no formal definidos en el artículo 4 del Acuerdo 21 del 04 de julio de 2007 del Consejo Superior de la UTP:

- Educación no formal: cursos, talleres, capacitaciones, seminarios, diplomados, jornadas, encuentros, conferencias, presentaciones, congresos.
- Consultorías profesionales: asesorías, consultorías, asistencia técnica, interventorías, veedurías, gerencia de obras o de proyectos, dirección, programación y ejecución de diseños, planos, anteproyectos y proyectos, estudios para proyectos de inversión, estudios de diagnóstico, prefactibilidad o factibilidad para proyectos específicos.

LABORATORIO FINANCIERO
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

<https://centrodelaboratorios.utp.edu.co/facultad-de-ciencias-empresariales/laboratorio-financiero/>

Es un equipo multidisciplinario de expertos y aliados en temas económicos y financieros, dedicados a crear programas de formación a la medida de las necesidades del cliente y brindar servicios de consultoría especializada para personas, empresas e instituciones. Desarrolla productos y servicios desde el conocimiento especializado, analizando los fenómenos que influyen en el contexto económico y financiero para la implementación de soluciones técnicas y administrativas sustentables en el tiempo.

Hace parte de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Tecnológica de Pereira, un equipo pluralista, de alta calidad académica con programas acreditados a nivel nacional e internacional, que crea, desarrolla, consolida y aplica conocimientos en diferentes campos del saber. Además, cuenta con amplia experiencia en el proceso de inversiones y riesgos en instrumentos de la banca tradicional y digital, así como en inversiones alternativas. Los conocimientos y experiencias están sustentados en la investigación y la aplicación de métodos propios de las finanzas cuantitativas. Es un Punto de Bolsa de Valores de Colombia y cuenta con diferentes aliados del sector financiero nacional e internacional. Los principales servicios son:

SERVICIOS DE CONSULTORÍA ESPECIALIZADA

Ofrece servicios de consultoría y orientación empresarial para el fortalecimiento y sustentabilidad financiera de empresas del sector público y privado, a través de la generación de valor, la co-creación de estrategias, administración de riesgos y la proyección organizacional. Las principales líneas de actuación son:

- Valoración Empresarial: desarrolla o innova en el modelo de negocio para la sustentabilidad.
- Gestión Financiera Organizacional: genera ventajas competitivas y aumenta el valor de la empresa a partir.
- Innovación y proyección empresarial: potencia el valor de la organización para hacer parte del mundo digital.
- Gestión portafolios de inversión: optimiza los recursos de largo plazo y gestiona los riesgos financieros para la generación de recursos.

EDUCACIÓN CONTINUADA

Desarrolla programas de formación financiera orientados a las necesidades particulares de las empresas y personas, en modalidad presencial, virtual o blended, con expertos del sistema financiero y estratégico de organizaciones. En los servicios de capacitación especializada procura que la experiencia de formación sea pertinente, así procura por el uso de información real de la organización y del mercado. Las principales líneas de actuación son:

- Gerencia Financiera: el liderazgo de las organizaciones sostenibles.

- Finanzas para emprendedores: el camino hacia la materialización de ideas de negocio.
- Gestión de inversiones y riesgos: invertir como un profesional.

RESUMEN EJECUTIVO

Este documento corresponde a la primera revisión del Informe de Avance No. 1 del Contrato CREG 105 del 2024 suscrito entre la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG) y la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP), y cuyo objeto corresponde a la “Actualización y revisión de las variables que forman parte del cálculo del costo base de comercialización y la aplicación del modelo de eficiencia para la propuesta de la metodología de remuneración de la actividad de comercialización de energía eléctrica a usuarios regulados del Sistema Interconectado Nacional”.

En particular, este informe se estructura de la siguiente manera:

- El capítulo 1 transcribe algunos aspectos legales del presente contrato.
- El capítulo 2 detalla la formulación conceptual del modelo de frontera estocástica con sus respectivas pruebas estadísticas.
- El capítulo 3 analiza el resultado de las eficiencias determinadas con el modelo.
- Los anexos presentan información complementaria que apoya los resultados de este estudio.

En razón a los términos contractuales, este informe únicamente reporta el ajuste al modelo de frontera estocástica. Los comentarios por parte de la Universidad asociados a las observaciones realizadas por parte de los agentes a los conceptos de costos y gastos que fueron excluidos en la Resolución CREG 701 038 de 2024 se presentarán en el siguiente informe.

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	9
2	MODELO DE FRONTERA ESTOCÁSTICA	10
2.1	INFORMACIÓN DISPONIBLE PARA EFECTOS DE ESTE ESTUDIO	10
2.2	RESULTADOS DEL MODELO DE FRONTERA ESTOCÁSTICA	11
2.2.1	FORMA FUNCIONAL DEL MODELO DE FRONTERA ESTOCÁSTICA.....	11
2.2.2	EXPLICACIÓN DE LAS VARIABLES	12
2.2.3	AJUSTES AL MODELO DE FRONTERA ESTOCÁSTICA.....	13
2.2.4	PRUEBAS ESTADÍSTICAS.....	16
3	ANÁLISIS DE LAS EFICIENCIAS	22
4	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS EMPLEADAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO	27
5	ANEXO 1: RELACIÓN DE CONCEPTOS EMPLEADOS EN LAS VARIABLES.....	28
6	ANEXO 2: SÍNTESIS DE LOS MODELOS ENSAYADOS EN ESTE ESTUDIO	30
6.1	RESULTADOS DEL AJUSTE DEL MODELO DEL CONTRATO CREG 050 DE 2021.....	30
6.2	INFORMACIÓN EMPLEADA PARA LA DETERMINACIÓN DEL MODELO.....	31

1 INTRODUCCIÓN

El 01 de octubre de 2024 la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG) y la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP) firmaron el acta de inicio del Contrato No. 105-2024 cuyo objeto es la “Actualización y revisión de las variables que forman parte del cálculo del costo base de comercialización y la aplicación del modelo de eficiencia para la propuesta de la metodología de remuneración de la actividad de comercialización de energía eléctrica a usuarios regulados del Sistema Interconectado Nacional”. El desarrollo del contrato implica la ejecución, entre otros aspectos, de las siguientes actividades por parte de la Universidad:

1. Revisión de los conceptos de costos y gastos que han sido considerados en la propuesta del proyecto de Resolución CREG 701 038 de 2024 para la determinación del costo base de comercialización.

Revisar y determinar si los conceptos de los formatos del sistema de Información de Costos para la Regulación (ICR), propuestos en la Resolución CREG 701 038 de 2024 para ser reconocidos como parte de los costos y gastos fijos de la actividad de comercialización de energía eléctrica a usuarios regulados y que fueron tomados según la recomendación del Contrato CREG 050 de 2021 entre la Comisión de Regulación de Energía y Gas y la Universidad Tecnológica de Pereira, son los adecuados y suficientes para establecer el costo base de comercialización, a la luz de la realidad actual del sector y en consideración de los comentarios remitidos por los agentes del sector y analizando la necesidad, proporcionalidad y obligatoriedad de los conceptos.

2. Analizar la evaluación de la eficiencia en los costos y gastos de comercialización de energía a usuarios regulados.

Estimar el modelo de frontera estocástica propuesto en el marco del desarrollo del Contrato 050 de 2021 con la información actualizada hasta el último periodo disponible a partir de las remisiones de información por parte de los agentes. De ser necesario y según criterios estadísticos e incluyendo las respectivas justificaciones técnicas y metodológicas, correr o estimar una versión del modelo de frontera estocástica propuesto en el marco del desarrollo del Contrato 050 de 2021, agregando o eliminando variables o modificando supuestos y empleando la información actualizada de las variables del modelo.

3. Atender las consultas de los grupos de interés

Analizar y atender los comentarios de terceros interesados o agentes del sector, sobre los análisis, y resultados de los modelos recomendados, propuestos y estimados.

Este documento corresponde a la primera revisión del informe de avance No. 1 el cual desarrolla el ajuste al modelo de frontera estocástica.

2 MODELO DE FRONTERA ESTOCÁSTICA

Este capítulo desarrolla y ajusta un modelo de frontera estocástica de costo para determinar la eficiencias de los comercializadores integrados con Operadores de Red (OR) del país tomando como insumos la información reportada por los agentes. Para tal fin, el capítulo se organiza de la siguiente manera. La sección 2.1 describe la información enviada por la Comisión a la Universidad para efectos de este estudio y la sección 2.2, la más extensa de este capítulo, desarrolla el modelo en donde inicialmente se parte de la forma funcional del modelo y posteriormente se explica la racionalidad del mismo. Las pruebas al modelo igualmente son presentadas en esta sección.

Es preciso señalar dos aspectos. El primero es que este modelo es el resultado de un número considerable de ensayos los cuales emplean la información indicada en el anexo 2 de este informe. Esto es, este modelo surge de extensos ejercicios computacionales que convergen en un modelo que presenta una racionalidad económica enmarcada en el negocio de la comercialización así como la verificación –a través de diferentes pruebas estadísticas– de los supuestos sobre los cuales se construyen los modelos de frontera estocástica. Todos estos elementos fueron socializados a la Comisión al igual que los resultados de las eficiencia que se detallan en el capítulo 3.

Un segundo aspecto es que fue necesario desarrollar un nuevo modelo debido a que el propuesto en el proyecto de Resolución CREG No. 701 038 de 2024 no se ajusta con los nuevos datos proporcionados por la Comisión tal como se evidencia en el anexo 2. Para la construcción de este nuevo modelo se tomaron en consideración los comentarios enviados por los agentes a la versión indicada en el proyecto de resolución y que se constituyeron en valiosos insumos para esta nueva construcción.

2.1 Información disponible para efectos de este estudio

La construcción del modelo de frontera estocástica desarrollado en este informe se realizó a partir de una información proporcionada por la CREG correspondiente a:

1. Una base de datos general: Esta base de datos está conformada por información de 26 comercializadoras entre los años 2019 y 2023 y que reporta el número de usuarios rurales y urbanos, la facturación total (en \$), el consumo total (en kWh/año) y la longitud de las redes urbanas y rurales (en km). Esta información es un panel desbalanceado toda vez que falta el 10.48% de los datos.
2. Una base de datos detallada de los costos y gastos reconocidos: Esta base de datos contiene la información reportada por los agentes de cada uno de los conceptos requeridos en los formatos AOM-404 entre los años 2019 y 2023².

Es preciso resaltar que las bases de datos fueron proporcionadas por la comisión con información reportada por los agentes. La Universidad no llevó a cabo ningún tipo de levantamiento directo o

² El formato AOM-404 corresponde al reporte de información de costos para la regulación de comercialización de energía eléctrica.

indirecto de información. Aunque si bien se realizó un análisis de atípicos, no se procedió a modificar o realizar ningún tipo de ajuste, debido a que se parte del principio que la información reportada es correcta puesto que norma una actividad regulada.

2.2 Resultados del modelo de frontera estocástica

2.2.1 Forma funcional del modelo de frontera estocástica

La ecuación 1 presenta la forma funcional del modelo de frontera estocástica basado en una función Cobb-Douglas.

$$\ln CG_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 \ln USU_{i,t} + \beta_2 \ln \left(\frac{Emp_{i,t}}{USU_{i,t}} \right) + \beta_3 \ln \left(\frac{Dep_{i,t}}{USU_{i,t}} \right) + \beta_4 \ln (Disp_rur_{i,t}) + \nu_{i,t} + u_i \quad (1)$$

En donde:

i : índice que identifica un comercializador.

t : índice que indica un año en el panel de datos.

β_0 : es el intercepto.

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$: son los coeficientes que representan las elasticidades de los regresores del modelo.

$\ln CG_{i,t}$: es el logaritmo natural de los costos y gastos reconocidos y reportados por los agentes en el formato AOM-404 y asociados a la actividad de comercialización para usuarios regulados del comercializador i en el año t .

$\ln USU_{i,t}$: es el logaritmo natural de la totalidad de usuarios regulados que atiende el comercializador i en el año t .

$\ln (Emp_{i,t}/USU_{i,t})$: es el logaritmo natural de los costos y gastos reportados en el formato AOM-404 y relacionados con los conceptos de empleados, entrega de factura y servicios informáticos normalizados por el total de usuarios del comercializador i en el año t ³.

$\ln (Dep_{i,t}/USU_{i,t})$: es el logaritmo natural de los costos y gastos reportados en el formato AOM-404 y relacionados con la depreciación y normalizados por el total de usuarios del comercializador i en el año t .

$\ln (Disp_rur_{i,t})$: es el logaritmo natural de la relación entre la longitud de las redes rurales divida por el número de usuarios rurales del comercializador i en el año t .

³ En el Anexo 1 se detallan los conceptos del formato AOM-404 que se emplearon para la construcción de las variables $Emp_{i,t}$ y $Dep_{i,t}$.

$v_{i,t}$: es el término aleatorio que captura el ruido, asumido normalmente distribuido con media cero y varianza σ^2 y asociado al comercializar i en el año t .

u_i : es el término de ineficiencia para el comercializador i modelado con una distribución half-normal. Observe que este término, para este modelo, es invariante en el tiempo.

2.2.2 Explicación de las variables

El modelo de frontera estocástica de costos utilizado en este estudio es una herramienta que permite medir el grado de eficiencia de las comercializadoras de energía eléctrica del país en la gestión de sus costos de operación. Este modelo ayuda a identificar cuán cerca están estas empresas de operar en condiciones de máxima eficiencia.

En el contexto de este estudio, el número de usuarios atendidos (denotado en estos modelos como Q) captura la escala de operación de cada comercializadora. Esta variable está directamente relacionada con los costos totales de operación, ya que un mayor número de usuarios implica una mayor gestión que abarca la compra de energía, el recaudo, la atención al cliente, la facturación y la necesidad de una infraestructura más amplia para soportar estas actividades. Por lo tanto, la variable Q es un importante indicador de la escala y de las comercializadoras de energía.

Para lograr la atención de sus usuarios, cada comercializador requiere de un determinado número de **insumos** representados en costos de empleados para la operación, contratos de servicios, activos operativos, entre otros. Las empresas más eficientes son las que optimizan o minimizan el costo de sus insumos para atender a sus usuarios.

El modelo de frontera estocástica de costos igualmente puede incorporar otros factores determinantes como las variables de caracterización, las cuales representan condiciones específicas que pueden influir en la eficiencia de las comercializadoras de energía eléctrica. Por ejemplo, la atención de usuarios en zonas rurales suele ser más costosa debido a la menor densidad de usuarios y aspectos geográficos de cada zona de atención.

Por lo anterior, las variables empleadas en este modelo obedecen a la siguiente lógica:

- Variable independiente: $\ln CG_{i,t}$

Esta variable representa los costos y gastos reconocidos y reportados por los comercializadores para la actividad de comercialización de usuarios regulados y sobre los cuales se evalúan la eficiencia.

- Variable Q : $\ln USU_{i,t}$

Esta variable corresponde a la cantidad de usuarios que atiende el comercializador y se emplea para modelar el tamaño del mercado que debe atender, por efectos regulatorios, el comercializador. Es una variable *no controlable* por las razones indicadas en la siguiente variable.

- Variable de insumo 1 : $\ln(Emp_{i,t}/USU_{i,t})$

Esta variable corresponde a los costos y gastos reconocidos por conceptos de empleados, entrega de facturas y servicios informáticos normalizados por la cantidad de usuarios que atiende el comercializador. El factor de empleados representa uno de los principales insumos para la realización de la actividad de comercialización por la naturaleza de esta actividad. La atención de clientes, las operaciones comerciales relacionadas con las actividades del mercado, etc., son elementos intensos en recursos humanos.

En modelos de costos de frontera estocástica es una práctica incluir el precio de los insumos como una variable exógena no controlable por el comercializador. Sin embargo, este tipo de variables no está disponible para efectos de este estudio por lo cual se emplean unos conceptos de costos y gastos reconocidos como una equivalencia. Y aunque su uso podría en un principio generar problemas de multicolinealidad con lo cual se afectaría la estimación del modelo, su normalización por el número de usuarios es una manera de contrarrestar los efectos no deseados de esta situación. La sección 2.2.3 confirma esta afirmación.

Dividir por el número de usuarios para contrarrestar la multicolinealidad también se sustenta por el hecho que los *usuarios regulados* que atiende el comercializador es una variable exógena –no controlable– debido a que estos deben ser atendidos bajos las condiciones de prestación del servicio que señala la regulación. Y frente a los costos actuales para cambiar de comercializador por parte de los usuarios y la ausencia de un despliegue masivo de la tecnologías que en el país que así lo permitan, en la práctica la demanda regulada en una demanda cautiva.

- Variable de insumo 2: $\ln(Dep_{i,t}/USU_{i,t})$

Esta variable corresponde a los costos y gastos reconocidos por efectos de depreciación por usuario atendido por el comercializador. El concepto de depreciación es el mecanismo a través del cual la regulación actualmente reconoce las inversiones realizadas en los equipos requeridos para el desarrollo de la actividad de comercialización, esto es, sistemas de facturación, equipos informáticos, entre otros. Y aunque esta actividad no es intensa en el uso del capital, esta variable refleja el capital requerido para su desarrollo. La normalización de esta variable –división sobre el total de usuarios– obedece a la misma lógica expuesta para las dos variables anteriores.

- Variable de caracterización: $\ln(Disp_rur_{i,t})$

Esta variable corresponde a la relación entre los kilómetros de red rural sobre la cantidad de usuarios rurales. Es una variable que se emplea para capturar las condiciones rurales sobre las cuales se ejerce la actividad de comercialización de las diferentes empresas y que afectan sus costos y gastos. Es una variable exógena debido a que la ruralidad no es controlable por el comercializador.

2.2.3 Ajustes al modelo de frontera estocástica

2.2.3.1 Análisis de correlación

La Tabla 1 y Tabla 2 muestran la matriz de correlación de las variables indicadas en la ecuación (1). La Tabla 1 indica la correlación en los valores proporcionados en las bases de datos y la Tabla 2 se muestra en sus valores logarítmicos. Se observa una baja correlación entre las variables como

consecuencia del procesos de normalización -división sobre el número de usuarios– indicados en la sección anterior.

Tabla 1 Matriz de correlación de las variables

	Costos y Gastos (var. Dependiente)	USU	Emp/USU	Dep/USU	Disp_rur
Costos y Gastos (var. Dependiente)	1	0.81	-0.10	0.14	-0.17
USU	0.81	1	-0.30	-0.14	-0.21
Emp/USU	-0.10	-0.30	1	0.33	0.33
Dep/USU	0.14	-0.14	0.33	1	0.01
Disp_rur	-0.17	-0.21	0.33	0.01	1

Tabla 2 Matriz de correlación de las variables en logaritmo

	In(Costos y Gastos) (var. Dependiente)	In(USU)	In(Emp/USU)	In(Dep/USU)	In(Disp_rur)
Costos y Gastos (var. Dependiente)	1	0.90	-0.14	-0.21	-0.03
In(USU)	0.90	1	-0.46	-0.36	-0.18
In(Emp/USU)	-0.14	-0.46	1	0.29	0.21
In(Dep/USU)	-0.21	-0.36	0.29	1	-0.16
In(Disp_rur)	-0.03	-0.18	0.21	-0.16	1

2.2.3.2 Resultados del modelo de costo de frontera estocástica

La Figura 1 muestra una captura de pantalla del resultado de ajuste del modelo de frontera estocástica de la ecuación (1) empleando el método de máxima verosimilitud el cual determina los parámetros del modelo maximizando la probabilidad que los datos observados –los disponibles en la base de datos– correspondan al modelo planteado. Esta técnica es de uso común para este tipo de ajustes. Todos los cálculos se realizaron en R empleando el paquete Frontier e igualmente cotejados en STATA.

En la parametrización del modelo se especificaron los siguientes elementos:

- Tipo de datos: Panel de datos con efectos aleatorios
- Tipo de frontera: Función de costo
- Distribución del término de ineficiencia: Modelo invariante en el tiempo con distribución half-normal.

```
Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency increases the endogenous variable (as in a cost function)
The dependent variable is logged
Iterative ML estimation terminated after 15 iterations:
log likelihood values and parameters of two successive iterations
are within the tolerance limit

final maximum likelihood estimates
Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 3.708960 0.582321 6.3693 1.899e-10 ***
log(usu) 0.986827 0.021043 46.8952 < 2.2e-16 ***
log(emp/usu) 0.676674 0.044802 15.1035 < 2.2e-16 ***
log(dep/usu) 0.072891 0.025267 2.8849 0.003916 **
log(disp_rur) 0.061970 0.033745 1.8364 0.066299 .
sigmasq 0.072777 0.022837 3.1869 0.001438 **
gamma 0.875032 0.045071 19.4146 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
log likelihood value: 62.64313

panel data
number of cross-sections = 24
number of time periods = 5
total number of observations = 95
thus there are 25 observations not in the panel
```

Figura 1 Resultados de ajuste de los parámetros del modelo de frontera estocástica

Del resultado anterior:

- 1) El intercepto con un valor estimado de 3.708960 es altamente significativo ($Pr(>|z|) = 1.899e-10$, $p < 0.001$) y corresponde a la parte de los costos y gastos que no es explicada por las variables independientes. Su inclusión es relevante dentro del modelo.
- 2) El coeficiente asociado al $\log(\text{usu})$ con un valor estimado de 0.986827 es altamente significativo ($Pr(>|z|) = 2.2e-16$, $p < 0.001$) e indica la existencia casi proporcional entre los costos y gastos con la cantidad de usuarios regulados atendidos por el comercializador.
- 3) El coeficiente asociado al $\log(\text{emp/usu})$ con un valor estimado de 0.676674 es altamente significativo ($Pr(>|z|) = 2.2e-16$, $p < 0.001$) y señala que la relación entre el costo y gastos de los empleados por usuario atendido es un factor relevante y que impacta los costos y gastos reconocidos de manera positiva. Este resultado confirma que la actividad de comercialización es intensa en recursos humanos.
- 4) El coeficiente asociado al $\log(\text{des/usu})$ con un valor estimado de 0.072891 es significativo ($Pr(>|z|) = 0.003916$, $p < 0.05$) y señala que la relación entre los costos y gastos asociados a la depreciación por usuario es un factor relevante aunque de menor impacto que el de

empleados. Este resultado confirma que la actividad de comercialización requiere un uso de capital menor que el uso del recurso humano.

- 5) El coeficiente asociado al $\log(disp_rur)$ con un valor estimado de 0.061970 es marginalmente significativo ($\Pr(>|z|) = 0.066299$, $p < 0.1$) y señala que la dispersión rural tiene un efecto sobre los costos y gastos reconocidos aunque su relevancia es menor cuando se compara con el uso de recursos humanos y de capital.
- 6) El valor de σ_{sq} de 0.077277 corresponde a la varianza del término de error del modelo, esto es, $\nu_{i,t} + u_i$. La significancia de este parámetro ($\Pr(>|z|)$): 0.001438, $p < 0.01$) indica que hay una variabilidad importante atribuida a la combinación de ruido e ineficiencia.
- 7) El valor de γ corresponde a la relación entre la varianza total del error que se atribuye a la ineficiencia técnica u_i en lugar del ruido aleatorio $\nu_{i,t}$. El valor de 0.875032 y su significancia indica que una gran parte de la varianza total se debe a la *ineficiencia*, lo que implica que las diferencias en los costos y gastos reconocidos entre los comercializadores son principalmente por ineficiencias en lugar de ruido.
- 8) El valor de 62.64313 corresponde a la verosimilitud y es un indicador del ajuste del modelo que será empleado en las pruebas estadísticas. Entre más alto este valor, mejor el ajuste.
- 9) En la parte inferior se indica que el modelo se ajusta con un panel compuesto por la información de 24 empresas de comercialización (que están integrados con OR), con observaciones para 5 años, para un total de 95 observaciones y 25 observaciones faltantes debido a carencia de la información.

2.2.4 Pruebas estadísticas

2.2.4.1 Resultados de una regresión ordinaria

La Figura 2 muestra los resultados de una regresión ordinaria que serán empleados para el desarrollo de varias pruebas que validan la especificación del modelo propuesto de frontera estocástica. En términos generales todas las variables son significativas y el modelo presenta un alto ajuste de los datos indicado por el valor ajustado de r cuadrado (0.9748).

```
Residuals:
  Min    1Q Median    3Q   Max
-0.29113 -0.12593 -0.03328  0.10211  0.48242

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 5.17317   0.54668   9.463 3.74e-15 ***
log(usu)    0.97824   0.01676  58.359 < 2e-16 ***
log(emp/usu) 0.54970   0.04071  13.504 < 2e-16 ***
log(dep/usu) 0.10303   0.01627   6.334 9.21e-09 ***
log(disp_rur) 0.10328   0.02508   4.117 8.48e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1745 on 90 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9758,    Adjusted R-squared:  0.9748 
F-statistic: 908.9 on 4 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Figura 2 Resultados del modelo ajustado con una regresión ordinaria

2.2.4.2 Prueba de razón de verosimilitud

Esta prueba se realiza con el fin de establecer si el modelo de frontera estocástica proporciona un mejor ajuste a los datos en comparación con un modelo de mínimos cuadrados ordinarios (OLS por su sigla en inglés). La prueba se realiza con las siguientes hipótesis:

- **Hipótesis nula (H_0):** El modelo OLS es adecuado, lo cual implica que no hay ineficiencia en los datos, esto es, $u_i = 0$.
- **Hipótesis alternativa (H_1):** El modelo de frontera estocástica es más adecuado, por lo cual existe ineficiencia, esto es, $u_i > 0$.

La Figura 3 muestra los resultados de la prueba de razón de verosimilitud en donde el valor de p ($Pr(>Chisq)$)=1.285e-14 indica que existe evidencia para rechazar la hipótesis nula en favor de la hipótesis alternativa, en otras palabras, el modelo de frontera estocástica es más adecuado. De manera equivalente, la ineficiencia es un componente importante en el análisis de los costos y gastos reconocidos.

```
Likelihood ratio test

Model 1: OLS (no inefficiency)
Model 2: Error Components Frontier (ECF)
  #Df LogLik  DF  Chisq Pr(>Chisq)
1   6 33.624
2   7 62.643  1 58.039  1.285e-14 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Figura 3 Resultados de la prueba de razón de verosimilitud

2.2.4.3 Prueba VIF (Variance Inflation Factor)

Esta prueba se realiza para diagnosticar la presencia de multicolinealidad entre las variables independientes del modelo. La Figura 4 muestra los resultados de esta prueba en el cual todos los valores son inferior a 5 lo cual indica que no hay un problema de multicolinealidad entre las variables. Esto es, las variables no están altamente correlacionadas entre ellas por lo cual el modelo es robusto en sus variables explicativas.

```
log(usu)  log(emp/usu)  log(dep/usu)  log(disp_rur)
1.312170    1.258543    1.208961    1.179813
```

Figura 4 Resultados de la prueba VIF

2.2.4.4 Prueba RESET de Ramsey

Esta prueba compara dos modelos de frontera estocástica basados en una especificación Cobb-Douglas para determinar si un modelo más complejo –con relaciones no lineales– proporciona un mejor ajuste que un modelo más simple. La Figura 5 muestra los resultados de la prueba de razón de verosimilitud en donde se selecciona el Modelo 1 (Cobb-Douglas simple) debido al rechazo de la hipótesis nula y a su mayor verosimilitud.

```
Likelihood ratio test

Model 1: modelo_cobb_douglas
Model 2: modelo_cobb_douglas + fit^2 + fit^3
#Df LogLik  DF  chisq Pr(>Chisq)
1    7 62.643
2    9 33.190  2 58.906  1.617e-13 ***
---
Signif. codes:  0 '****' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Figura 5 Resultados prueba RESET de Ramsey

2.2.4.5 Prueba de multiplicadores de Lagrange (Breusch-Pagan)

Esta prueba se realiza para determinar si hay efectos aleatorios significativos en el modelo que justifican el uso de este enfoque en lugar de un modelo de efectos fijos. Esta prueba se realiza con las siguientes hipótesis:

- **Hipótesis nula (H₀)**: No hay efectos significativos, por lo que un modelo agrupados es suficiente.
- **Hipótesis alternativa (H₁)**: Existen efectos significativos, lo que implica que un modelo de efectos aleatorios es más adecuado.

La Figura 6 muestra los resultados de la prueba en donde el valor de p = 7.7e-14 indica una evidencia de rechazo de la hipótesis nula en favor de la alternativa, esto es, el modelo de efectos aleatorios es el más adecuado.

Lagrange Multiplier Test - (Breusch-Pagan)

```
data: sfa_model_cobb_douglas
chisq = 55.881, df = 1, p-value = 7.7e-14
alternative hypothesis: significant effects
```

Figura 6 Resultados de la prueba Breusch-Pagan

2.2.4.6 Prueba de heterocedasticidad de Breusch-Pagan / Cook-Weisberg

Esta prueba se utiliza para detectar la presencia de heterocedasticidad en los residuos del modelo de regresión. La prueba se realiza con la siguientes hipótesis:

- **Hipótesis nula (H_0):** Homocedasticidad, esto es, la varianza de los errores es constante.
- **Hipótesis alternativa (H_1):** Heterocedasticidad, esto es, la varianza de los errores no es constante.

La Figura 7 muestra los resultados de la prueba en donde el valor de $p = 0.3629$ indica que los residuos tienen una varianza constante, es decir, el supuesto de homocedasticidad no se viola en el modelo.

studentized Breusch-Pagan test

```
data: modelo_ols
BP = 4.3324, df = 4, p-value = 0.3629
```

Figura 7 Resultados prueba de Breusch-Pagan para heterocedasticidad

2.2.4.7 Análisis de la distribución de los residuos

Las siguientes pruebas se realizan para analizar la distribución de los residuos del modelo de frontera estocástica. Las pruebas son las siguientes:

Prueba de Shapiro-Wilk: la Figura 8 muestra los resultados de esta prueba en donde el valor de $p = 0.0002302$ proporciona suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que los residuos siguen una distribución normal.

Shapiro-Wilk normality test

```
data: residuals_model
W = 0.91866, p-value = 0.0002302
```

Figura 8 Resultados de la prueba Shapiro-Wilk

Prueba de Shapiro-Francia: la Figura 9 muestra los resultados de esta prueba, una variante de la Shapiro-Wilk y recomendada para muestras medianas o grandes, en donde el valor de $p = 0.0004331$

proporciona suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que los residuos siguen una distribución normal.

Shapiro-Francia normality test

```
data: residuals_model
W = 0.91758, p-value = 0.0004331
```

Figura 9 Resultados de la prueba Shapiro-Francia

Prueba de Jarque-Bera: La Figura 10 muestra los resultados de esta prueba en donde el valor de $p = 3.838e-05$ señala que hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que los residuos siguen una distribución normal.

Jarque Bera Test

```
data: residuals_model_c
X-squared = 20.336, df = 2, p-value = 3.838e-05
```

Figura 10 Resultados de la prueba Jarque-Bera

Los resultados anteriores evidentemente indican que los residuos no siguen una distribución normal, lo cual justifica el uso del modelo de frontera estocástica. Igualmente, la Figura 11 y la Figura 12 muestran el histograma de los residuos y un gráfico Q-Q para sustentar esta conclusión.

Histograma de los residuos

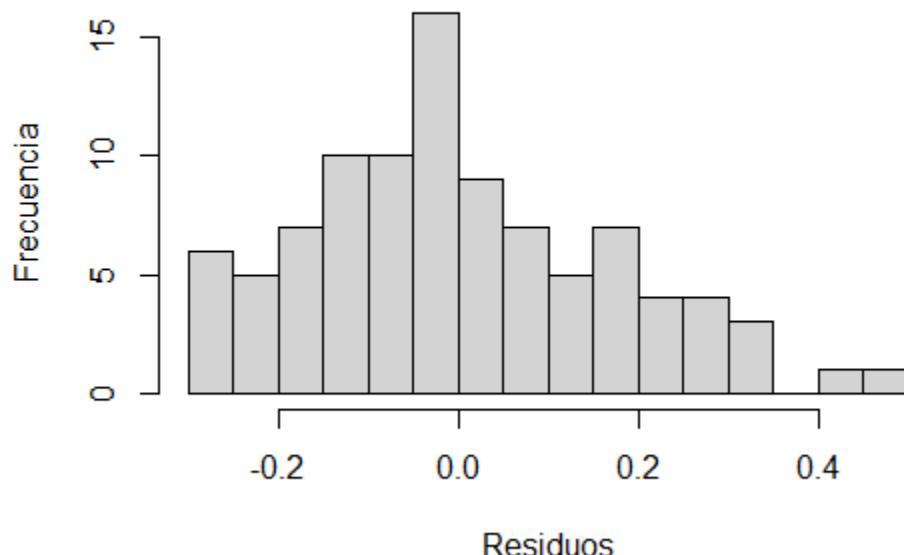


Figura 11 Histograma de los residuos del modelo de frontera estocástica

Grafico Q-Q para Distribución Normal

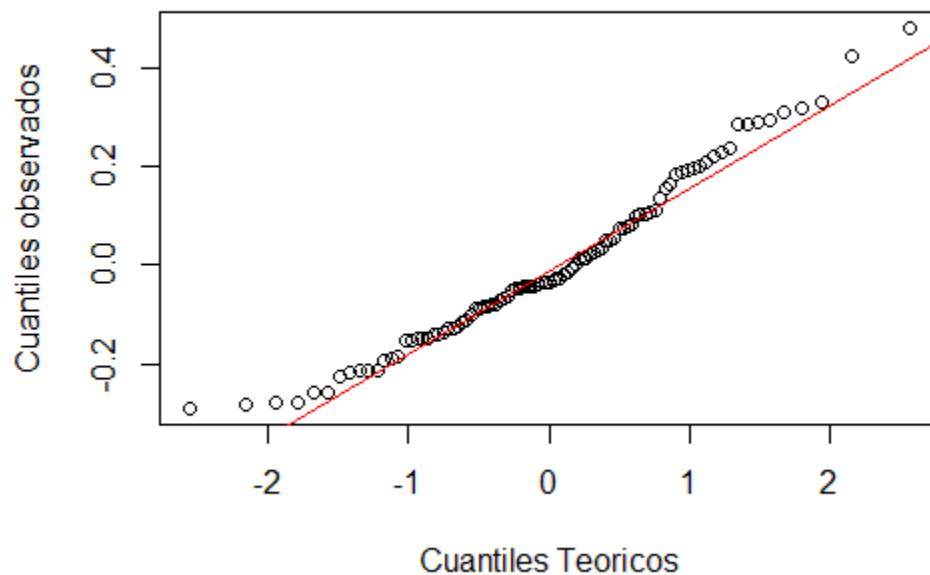


Figura 12 Gráfico Q-Q para analizar la normalidad de los residuos del modelo de frontera estocástica

3 ANÁLISIS DE LAS EFICIENCIAS

La Tabla 3 muestra los resultados de las eficiencias obtenidas con el modelo de frontera estocástica desarrollado en el capítulo anterior. El promedio de las eficiencias del sector es de 0.84 con una desviación estándar de 0.11.

Tabla 3 Resultado de las eficiencias del modelo de frontera estocástica

COMERCIALIZADOR	EFICIENCIA
COMERCIALIZADOR 1	0,98
COMERCIALIZADOR 2	0,97
COMERCIALIZADOR 3	0,96
COMERCIALIZADOR 4	0,94
COMERCIALIZADOR 5	0,93
COMERCIALIZADOR 6	0,93
COMERCIALIZADOR 7	0,93
COMERCIALIZADOR 8	0,92
COMERCIALIZADOR 9	0,91
COMERCIALIZADOR 10	0,91
COMERCIALIZADOR 11	0,90
COMERCIALIZADOR 12	0,90
COMERCIALIZADOR 13	0,88
COMERCIALIZADOR 14	0,88
COMERCIALIZADOR 15	0,83
COMERCIALIZADOR 16	0,81
COMERCIALIZADOR 17	0,78
COMERCIALIZADOR 18	0,72
COMERCIALIZADOR 19	0,72
COMERCIALIZADOR 20	0,68
COMERCIALIZADOR 21	0,68
COMERCIALIZADOR 22	0,67
COMERCIALIZADOR 23	0,65
COMERCIALIZADOR 24	0,59

La Figura 13 muestra el histograma de las eficiencias en donde se destaca que la mayoría de los comercializadores del país (un total de 12 correspondientes al 50% de los analizados) presentan un valor superior al 0.88.

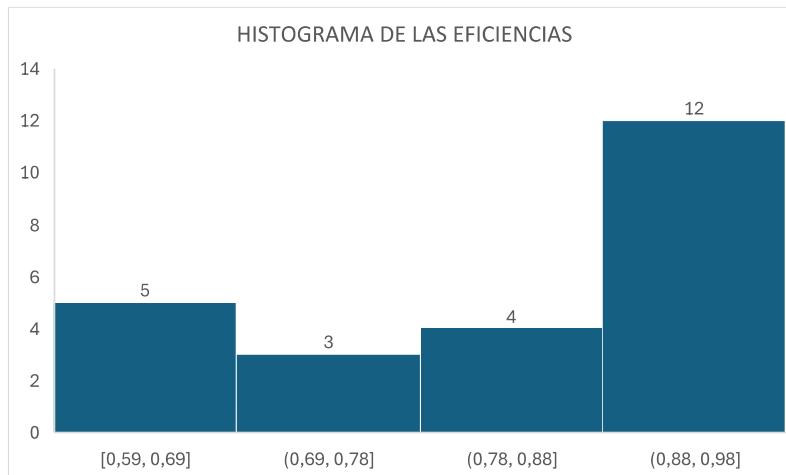


Figura 13 Histograma de las eficiencias

Por otro lado, la Figura 14 muestra la relación entre las eficiencias con los costos y gastos que en promedio se reconoce por usuario para los últimos cinco años por cada comercializador. El promedio se realiza con los valores anuales de los cinco años (2019-2023) que se tienen disponibles y que se emplearon para el ajuste del modelo. La línea de pendiente negativa a trazos corresponde a la tendencia y esta indica que, en términos generales, los comercializadores más eficientes son aquellos que reportan menores valores de costos y gastos reconocidos por usuario. Un resultado coherente en el sentido que el modelo de frontera estocástica está reconociendo una mayor eficiencia para este tipo de comercializadores. Es preciso indicar que esta figura se construye excluyendo aquellos valores atípicos que corresponden al percentil superior al 95% de los costos y gastos por usuario con el fin de observar una tendencia sin sesgo.

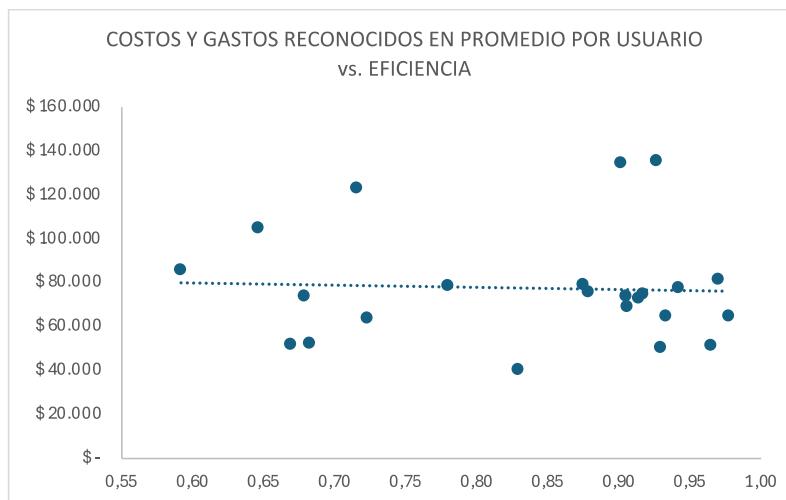


Figura 14 Relación de costo y gastos por usuario con las eficiencias

La Figura 15 muestra la relación entre las eficiencias con el costo y gastos en promedio por kilómetro de red (urbana y rural). La línea de tendencia señala que aquellos comercializadores de menores costos y gastos por kilómetro de red son, en términos generales, más eficientes para el modelo. Esta gráfica igualmente excluye valores superiores al percentil 95. Esta figura es relevante en el sentido que la forma como se modeló la dispersión en la frontera estocástica (únicamente con redes rurales) está incluso en capacidad de capturar la eficiencia con relación a los kilómetros de red total aunque esta no sea una variable explícita dentro del modelo, esto igualmente comprueba su fortaleza.

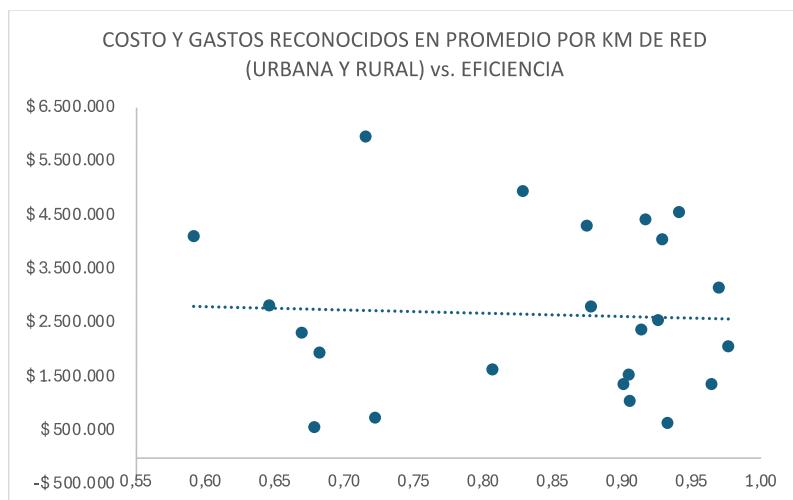


Figura 15 Relación de costos y gastos por km de red total (urbana más rural) con las eficiencias

La relación entre costos y gastos por usuario y red urbana y rural se discriminan en la Figura 16 y Figura 17 las cuales confirman las conclusiones indicadas en la figura anterior; esto es, el modelo reconoce una mayor eficiencia, en promedio, a los menores costos y gastos por usuarios atendido de forma urbana y rural.

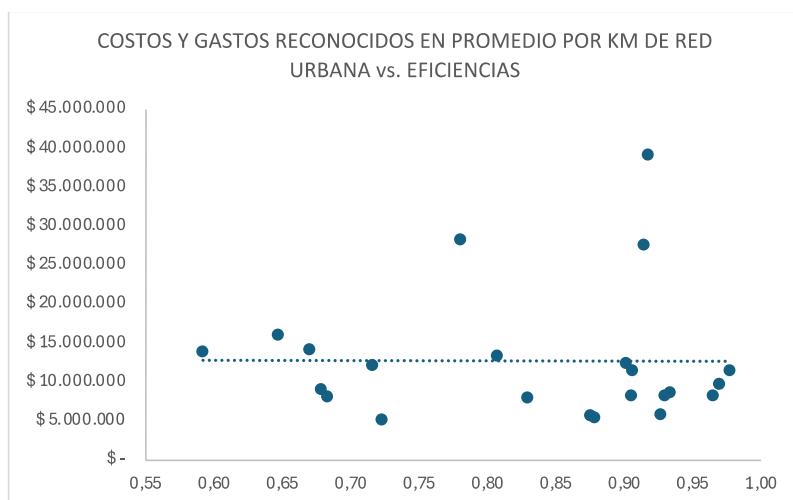


Figura 16 Relación de costos y gastos por km de red total urbana con las eficiencias

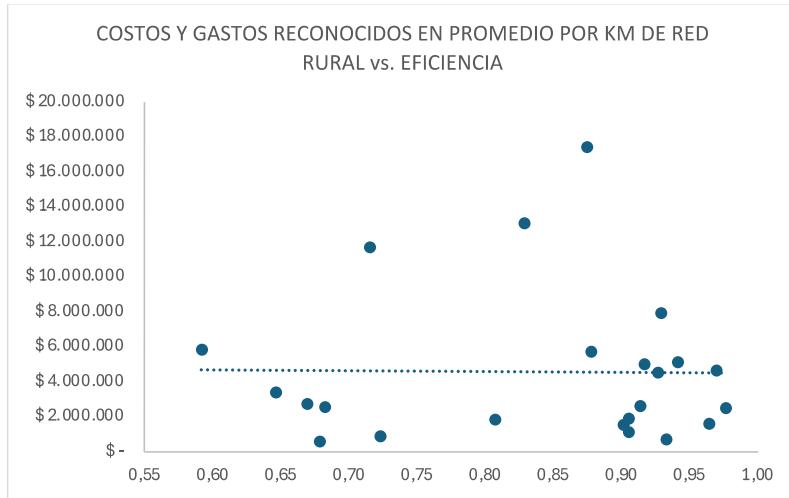


Figura 17 Relación de costos y gastos por km de red total rural con las eficiencias

La Figura 18 compara las eficiencias del nuevo modelo de frontera estocástica ajustado en este estudio con aquellas reportadas en el Documento CREG 901 060 de 2024. La línea de 45 grados facilita la interpretación de la figura. Valores de eficiencia a la derecha de la línea son aquellos comercializadores que mejoran su eficiencia –con el nuevo modelo– cuando se compara con las reportadas y aquellas a la izquierda presentan un menor valor de eficiencia. De 21 comercializadores reportados en el documento, el 66.7% mejoran su eficiencia mientras que 33.3% presentan una reducción.

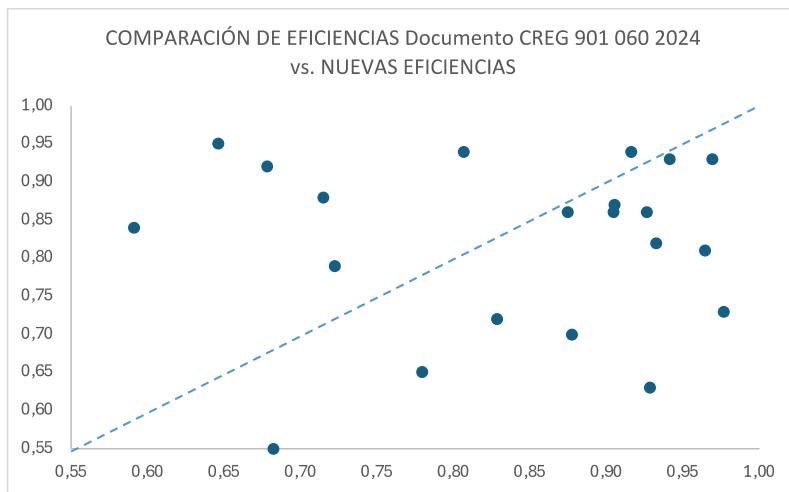


Figura 18 Comparación de eficiencias

Finalmente, no se realiza una comparación de las nuevas eficiencias con las que actualmente se reconocen toda vez que a estas se les aplica una regla sobre los resultados del modelo de frontera estocástica del 2014 según lo indicado en la Resolución 180 del 2014. La comparación podría

realizarse en caso de incluir una regla en la actual propuesta regulatoria que permita mejorar las eficiencias de los comercializadores.

4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS EMPLEADAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

Artículos académicos:

- [1] D. Aigner, C. A. K. Lovell, y P. Schmidt, "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models," *Journal of Econometrics*, vol. 6, no. 1, pp. 21–37, 1977.
- [2] W. Meeusen y J. van den Broeck, "Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error," *International Economic Review*, vol. 18, no. 2, pp. 435–444, 1977.
- [3] Battese, G. E., & Coelli, T. J. (1992). Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India. *Journal of Productivity Analysis*, 3, 153-169.
- [4] Kumbhakar, Subal C., Parmeter, Christopher F., and Zelenyuk, Valentin (2022). Stochastic frontier analysis: foundations and advances I. *Handbook of production economics*. Edited by Subhash C. Ray, Robert G. Chambers, and Subal C. Kumbhakar.

Libros académicos:

- [5] S. C. Kumbhakar y C. A. K. Lovell, *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press, 2000.
- [6] S. C. Kumbhakar, H.-J. Wang y A. P. Horncastle, *Practitioner's Guide to Stochastic Frontier Analysis Using Stata*. Cambridge Univ. Press, 2015.
- [7] H. O. Fried, C. A. K. Lovell, y S. S. Schmidt, *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. Oxford, Reino Unido: Oxford University Press, 2008.
- [8] T. Coelli, E. Grifell-Tatjé, S. Perelman, y D. S. P. Rao, *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, 2^a ed. Nueva York, NY, EE. UU.: Springer Science & Business Media, 2012.
- [9] W. H. Greene, *Econometric Analysis*, 8^a ed. Nueva York, NY, EE. UU.: Pearson, 2017
- [10] P. Bogetoft y L. Otto, *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. New York, NY: Springer New York, 2011. Accedido el 10 de noviembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7961-2>
- [11] A. Behr, *Production and Efficiency Analysis with R*. Cham: Springer Int. Publishing, 2015. Accedido el 10 de noviembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-20502-1>

Documentación de Stata:

- [12] S. C. Kumbhakar, H. J. Wang, y A. P. Horncastle, *A Practitioner's Guide to Stochastic Frontier Analysis Using Stata*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press, 2015.
- [13] F. Belotti, S. Daidone, G. Ilardi, y V. Atella, "Stochastic Frontier Analysis Using Stata," *The Stata Journal*, vol. 13, no. 4, pp. 719–758, 2013.

Documentación de R:

- [14] Coelli, T., & Henningsen, A. (2020). *Frontier: Stochastic Frontier Analysis*. <https://CRAN.R-Project.org/package=frontier>
- [15] Dakpo K, Desjeux Y, Henningsen A, Latruffe L (2024). *sfaR: Stochastic Frontier Analysis Routines.. R package version 1.0.1*, <https://CRAN.R-project.org/package=sfaR/>
- [16] Bogetoft P, Otto L (2024). *Benchmarking with DEA and SFA. R package version 0.32*.

5 ANEXO 1: RELACIÓN DE CONCEPTOS EMPLEADOS EN LAS VARIABLES

Conceptos utilizados para la variable $\ln\left(\frac{Emp_{i,t}}{USU_{i,t}}\right)$:

En el numerador de esta variable se encuentra la expresión $Emp_{i,t}$ que se calcula para cada comercializador como la suma de todos los conceptos del costo y del gasto relacionados con la categoría beneficios a empleados más los conceptos de entrega de facturas y servicios informáticos de la categoría órdenes y contratos por otros servicios, según los valores del formato AOM-404. En el numerador de la variable se encuentra la expresión $USU_{i,t}$ que representa el número de usuarios totales. En la siguiente tabla se detallan los conceptos utilizados para construir la variable $Emp_{i,t}$.

Tabla 4 Conceptos empleados para la construcción de la variable Emp.

CATEGORÍA DE BENEFICIOS A EMPLEADOS		
Código del concepto	Descripción	Alcance
1010600	Terminación del vínculo laboral	Indemnizaciones
1011000	Gastos de personal sin vínculo laboral	Personal supernumerario, remuneración por servicios técnicos, honorarios, contratos de personal temporal, comisiones
1010201	Primas y prestaciones sociales - Establecidas en el CST o el REP	Vacaciones, cesantías, intereses a las cesantías, prima de vacaciones, prima de navidad, prima de servicios, primas técnicas, prima de dirección, prima especial de servicios, prima de coordinación, subsidio de alimentación, bonificación especial de recreación, dotación y suministro a trabajadores, prima de costos de vida, prima de actividad, prima de instalación y alojamiento
1010100	Sueldos y salarios	Sueldos, jornales, horas extras y festivos, incapacidades, sueldos por comisiones al exterior, auxilio de transporte, salario integral
1010301	Aportes a seguridad social y aportes a la nómina - Establecidas en el CST o el REP	Aportes a cajas de compensación familiar, aportes al ICBF, cotizaciones a seguridad social en salud, aportes al SENA, aportes a la ESAP, aportes a escuelas industriales e institutos técnicos, aportes sindicales, cotizaciones a riesgos laborales, cotizaciones a entidades administradoras del régimen de prima media, cotizaciones a entidades administradoras del régimen de ahorro individual, viáticos, gastos de viaje, remuneración electoral, capacitación, bienestar social y estímulos
2010600	Terminación del vínculo laboral	Indemnizaciones
2010201	Primas y prestaciones sociales - Establecidas en el CST o el REP	Vacaciones, cesantías, intereses a las cesantías, prima de vacaciones, prima de navidad, prima de servicios, primas técnicas, prima de dirección, prima especial de servicios, prima de coordinación, subsidio de alimentación, bonificación especial de recreación,

		dotación y suministro a trabajadores, prima de costos de vida, prima de actividad
2010100	Sueldos y salarios	Sueldos, jornales, horas extras y festivos, incapacidades, sueldos por comisiones al exterior, auxilio de transporte, salario integral
2010301	Aportes a seguridad social y aportes a la nómina - Establecidas en el CST o el REP	Aportes a cajas de compensación familiar, aportes al ICBF, aportes a seguridad social, aportes al SENA, aportes a la ESAP, aportes a escuelas industriales e institutos técnicos, aportes sindicales, riesgos profesionales, cotizaciones a entidades administradoras del régimen de prima media, cotización a sociedades administradoras del régimen de ahorro individual, viáticos, gastos de viaje, capacitación, bienestar social y estímulos
2011000	Gastos de personal sin vínculo laboral	Comisiones, contratos personal temporal, remuneración servicios técnicos, personal supernumerario
2150400	Entrega de facturas	Entrega de facturas
2150600	Servicios informáticos	Administración de infraestructura informática, suministro y servicios informáticos

CATEGORÍA DE ÓRDENES Y CONTRATOS POR OTROS SERVICIOS

2150400	Entrega de facturas	Entrega de facturas
2150600	Servicios informáticos	Administración de infraestructura informática, suministro y servicios informáticos

Conceptos utilizados para la variable $\ln\left(\frac{Dep_{i,t}}{USU_{i,t}}\right)$:

En el numerador de esta variable se encuentra la expresión $Dep_{i,t}$ que se calcula para comercializador como la suma de la depreciación del costo y del gasto según los valores del formato AOM-404. En el numerador de la variable se encuentra la expresión $USU_{i,t}$ que representa el número de usuarios totales. En la siguiente tabla se detallan de los conceptos utilizados para construir la variable $Dep_{i,t}$.

Tabla 5 Conceptos empleados para la construcción de la variable Dep

Código del concepto	Descripción	Alcance
1060100	Depreciación	Depreciación de propiedades, planta y equipo, depreciación de bienes adquiridos en "Leasing Financiero"
2050000	Depreciaciones	Depreciaciones

6 ANEXO 2: SÍNTESIS DE LOS MODELOS ENSAYADOS EN ESTE ESTUDIO

6.1 Resultados del ajuste del modelo del contrato CREG 050 de 2021

El modelo desarrollado en el Contrato CREG 050 de 2021 e indicado en el proyecto de Resolución CREG no. 701 038 de 2024 es el siguiente y cuyas definición de variables se encuentra en la citada resolución.

$$\ln(C_{it} + G_{it}) \cong \alpha_0 + \alpha_1 \ln(U_{it}) + \alpha_2 \ln(Co_{it}) + \alpha_3 \ln(Fa_{it}) + \alpha_4 \ln\left(\frac{Ur_{it}}{lr_{it}}\right) + \alpha_5 \ln\left(\frac{Uu_{it}}{lu_{it}}\right) + v_i + u_i$$

Una captura de pantalla con los resultados de ajuste se muestra en la Figura 19 la cual emplea la información descrita en el numeral 2.1. Se evidencia que los signos y la falta de significancia de los coeficientes permiten concluir que este modelo no es válido con la nueva información.

```
Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency increases the endogenous variable (as in a cost function)
The dependent variable is logged
Iterative ML estimation terminated after 16 iterations:
log likelihood values and parameters of two successive iterations
are within the tolerance limit

final maximum likelihood estimates
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  0.307465  2.646238  0.1162  0.907502
log(usu)     -0.029207  0.168960 -0.1729  0.862758
log(consum)   -0.073082  0.161639 -0.4521  0.651174
log(factur)   0.945342  0.184998  5.1100 3.221e-07 ***
log(usu_rur/red_rur) -0.075890  0.076131 -0.9968  0.318848
log(usu_urb/red_urb) -0.029137  0.113910 -0.2558  0.798116
sigmasq       0.536025  0.173200  3.0948  0.001969 **
gamma         0.758456  0.089830  8.4432 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
log likelihood value: -61.03515

panel data
number of cross-sections = 24
number of time periods = 5
total number of observations = 104
thus there are 16 observations not in the panel

mean efficiency: 0.6267582
```

Figura 19 Ajuste del modelo Resolución CREG no. 701 038 de 2024 con la nueva base de datos

6.2 Información empleada para la determinación del modelo

La siguiente tabla reporta las distintas variables o especificaciones del modelo que se emplearon en las pruebas computacionales de este estudio. Es preciso señalar que es un ejercicio de explosión combinatorial pues existe una cantidad considerable de combinaciones empleando las alternativas indicadas en la tabla. Para este estudio, se ensayaron más de 60 modelos con los diferentes elementos señalados en la tabla.

Tabla 6 Variables y especificaciones consideradas en el ajuste del modelo

Componente del modelo	Alternativas consideradas
Forma funcional	<ul style="list-style-type: none"> • Cobb Douglas • Translog
Variables dependientes	<ul style="list-style-type: none"> • Costos y gastos reconocidos • Costos y gastos reconocidos / Número de usuarios
Nivel de Producción (Q)	<ul style="list-style-type: none"> • Número de usuarios • Facturación • Consumo
Insumos (Componentes de los costos y gastos reconocidos) Nota: igualmente se ensayaron diferentes combinaciones de estos conceptos	<ul style="list-style-type: none"> • Empleados • Generales • Mantenimiento • Depreciación • Empleados, gastos generales, mantenimiento, depreciación • Empleados, gastos generales, mantenimiento, depreciación dividida entre el número de usuarios • Suma de costos y gastos que representan el 30% del total reconocido • Suma de costos y gastos que representan el 60% del total reconocido • Sueldos y salarios (solo gastos) • Sueldos y salarios (solo costos) • Entrega de facturas • Gastos de administración y funcionamiento.
Caracterización del mercado	<ul style="list-style-type: none"> • Relación entre km de rural sobre usuarios rurales • Relación entre km de urbanos sobre usuarios urbanos • Relación entre km de red rural y km de red urbana • Relación entre km de red urbana y km de red rural • Relación entre km de red rural y km de red totales • Relación entre km red urbana y km de red totales
Variables explicativas del nivel de eficiencia, esto es, variables Z en caso de que el modelo pueda utilizarla.	<ul style="list-style-type: none"> • Relación entre km de rural sobre usuarios rurales • Relación entre km de urbanos sobre usuarios urbanos • Relación entre km de red rural y km de red urbana • Relación entre km de red urbana y km de red rural
Distribución de la ineficiencia	<ul style="list-style-type: none"> • Semi normal • Normal truncada • Exponencial (únicamente para modelos transversales)

Estructura Temporal (Efecto del tiempo en la eficiencia)	<ul style="list-style-type: none">• Efectos fijos• Efectos aleatorios• Eficiencia variable en el tiempo
Periodos empleados en la estimación	<p>Panel:</p> <ul style="list-style-type: none">• 2019 – 2023• 2019 – 2022• 2020 – 2022• 2021 – 2023• 2022 – 2023• 2019, 2021-2022 <p>Sección transversal:</p> <ul style="list-style-type: none">• 2022• 2023 <p>Datos agrupados (tipo pooled)</p> <ul style="list-style-type: none">• 2019 – 2023• 2022 – 2023
Selección de la información y construcción de la base de datos	<ul style="list-style-type: none">• Eliminando filas con valores faltantes• Eliminando información de los comercializadores atípicos bajo estos criterios:<ul style="list-style-type: none">○ Poca información disponible○ Elevado costo y gasto reconocido por usuario○ Baja correlación entre los costos y gastos reconocidos frente al número de usuarios○ Excluyendo observaciones atípicas, periodos específicos para comercializadores particulares

FIN DEL INFORME